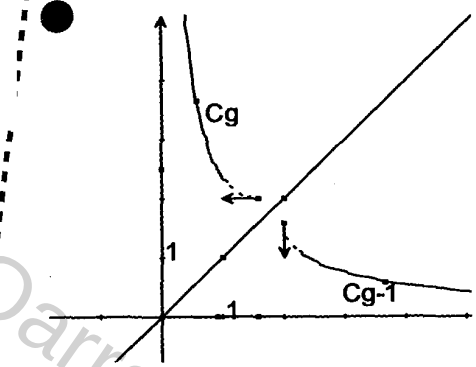
b) On a : * $g(0)=2$ d'où $g^{-1}(2)=0$

* posons $g^{-1}(4)=\alpha$ donc on aura $g(\alpha)=4$

C'est-à-dire $\frac{2}{\sin\alpha}=4$ ce qui donne

$\sin\alpha=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{3}$

Donc $\alpha=\frac{\pi}{3}$ finalement $\boxed{g^{-1}(4)=\frac{\pi}{3}}$



Exercice n° 8

$f(x)=x^5$, $x\in[0,+\infty[$

a) $f'(x)=5x^4>0$ pour tout $x\in]0,+\infty[$

f est continue et strictement croissante sur IR_+

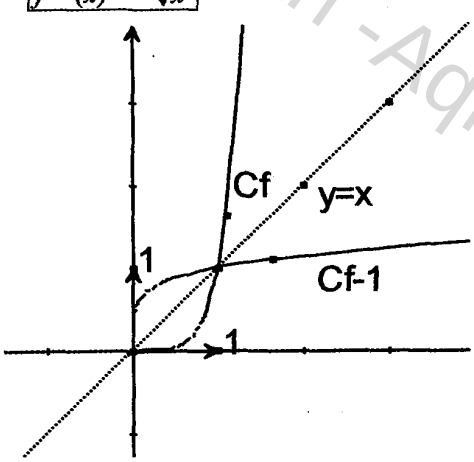
D'où f admet une fonction réciproque f^{-1} définie

sur $f([0,+\infty[)=[f(0),\lim_{+\infty} f[=[0,+\infty[$

- Expression de $f^{-1}(x)$

$f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow f(y)=x \Leftrightarrow y^5=x \Leftrightarrow y=\sqrt[5]{x}$

$\boxed{f^{-1}(x)=\sqrt[5]{x}}$



Exercice n° 9

$g(x)=2\sqrt[3]{x}+1$

a) pour $x>0$ on a $\sqrt[3]{x}$ est dérivable donc g est dérivable sur $]0,+\infty[$.

On sait que : $(\sqrt[n]{x})'=\frac{\sqrt[n]{x}}{nx}$, $x\succ 0$

(Voir Activité 3 p 69)

Donc $\forall x\succ 0: g'(x)=2.\frac{\sqrt[3]{x}}{3x}$

b) $\lim_{x\to 0^+}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{g(x)-1}{x}$

$=\lim_{x\to 0^+}\frac{2\sqrt[3]{x}+1-1}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{2\sqrt[3]{x}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^3}}$

$=\lim_{x\to 0^+}2.\sqrt[3]{\frac{x}{x^3}}=\lim_{x\to 0^+}2.\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}}=+\infty$ $\boxed{\sqrt[n]{x^n}=x}$

D'ou $\lim_{x\to 0^+}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=+\infty$, par la suite g est non dérivable à droite en 0 et la courbe de g admet au point d'abscisse 0 une demi- tangente verticale dirigée vers le haut

c)

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	1	$+\infty$

d) g étant continue et strictement croissante sur $[0,+\infty[$ il résulte que g réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur $[1,+\infty[$

e) $x\geq 1$ et $y\geq 0$:

$g^{-1}(x)=y \Leftrightarrow g(y)=x \Leftrightarrow 2\sqrt[3]{y}+1=x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt[3]{y}=x-1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{y}=\frac{x-1}{2}$

$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{y})^3=(\frac{x-1}{2})^3 \Leftrightarrow y=(\frac{x-1}{2})^3$

D'où $\boxed{g^{-1}(x)=(\frac{x-1}{2})^3}$

f) courbe de g et g^{-1}

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn